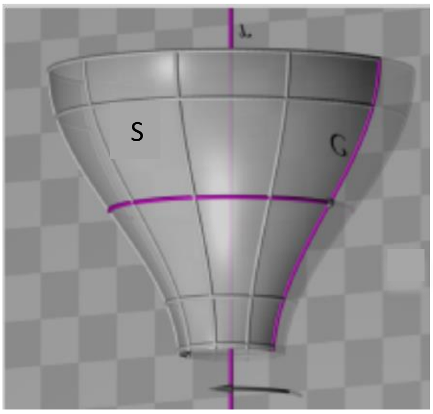
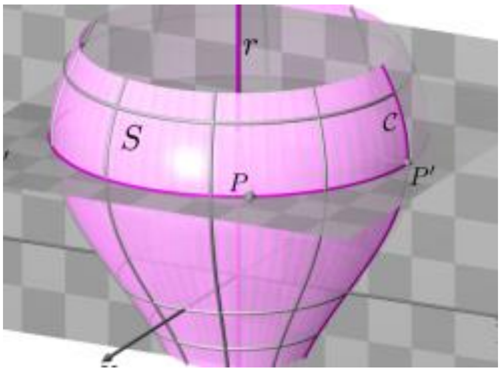
EQUAÇÕES DE ALGUMAS SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO

1. **Curva Geratriz no plano XY :** C(u)= (X(u), Y(u))
   Consiste na curva cuja rotação em torno do eixo de revolução Z, da origem à superfície de revolução S.



Na Figura, a curva C, rotacionando em torno do eixo de rotação r (eixo Z no openGL), gera a superfície de revolução S.

2. **Caminho circular no plano XZ :** C´(v)=(X(v),Z(v))
   Descrição de um círculo de raio R´ no plano XZ ou seja cada ponto da curva geratriz gera um círculo de radio R´ obtendo um paralelo da superfície de revolução. O "empilhamento de paralelos" gera a própria superfície de revolução.



X(v)=R'cos(v)

Z(v)=R'Sen(v)   0<=v<=2pi

Seja P´ um ponto na curva geratriz C. Na figura, a rotação de P´ em torno do eixo r gera o paralelo ao qual P também pertence.

3. **Superfície de Revolução no espaço**
   Para descrever os pontos (X,Y,Z) da superfície de revolução, precisamos conhecer o raio R´. Observe na figura que o raio R´do paralelo é exatamente o valor da coordenada X(u) da curva geratriz C(u). Desta forma as coordenadas da superfície S ficam da seguinte maneira.

$S(u,v)=(X(u,v),Y(u,v),Z(u,v)$

Onde segundo equações dos itens 1 e 2 temos:

$X(u,v)=X(v)= R'\cos(v)$

$Y(u,v)=Y(u)$

$Z(u,v)=Z(v)= R'Sen(v)$ $\quad\quad 0<=v<=2pi$

E sendo $R'=X(u)$

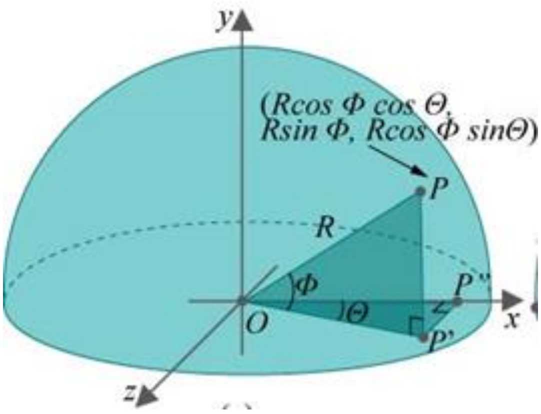
Temos a formula geral para usar em exemplos com inúmeras curvas geratrizes.

$S(u,v)= (X(u,v),Y(u,v),Z(u,v))=(X(u)Cos(v),Y(u),X(u)Sen(v))$ para $0<=v<=2pi$ ... (Eq1)

1. **ESFERA**

   Curva Geratriz no plano XY (um quarto de círculo no plano XY).

   Sem perda da generalidade usaremos $\boldsymbol{\theta}$ $\boldsymbol{e}$ $\emptyset$



$X(\emptyset)=R\cos(\emptyset)$

$Y(\emptyset)=RSen(\emptyset)$ $\quad\quad 0<=\emptyset<=pi/2$

$S(\boldsymbol{\theta}, \emptyset)=(X(\emptyset,\boldsymbol{\theta}),Y(\emptyset,\boldsymbol{\theta}),Z(\emptyset,\boldsymbol{\theta})$

Então substituindo na Eq1 temos:

$S(\boldsymbol{\theta}, \emptyset)=(X(\emptyset)Cos(\boldsymbol{\theta}),Rsen(\emptyset),X(\emptyset)Sen(\boldsymbol{\theta}))$

$S(\boldsymbol{\theta}, \emptyset)=(RCos(\emptyset)Cos(\boldsymbol{\theta}),Rsen(\emptyset),RCos(\emptyset)Sen(\boldsymbol{\theta}))$

$0<=\emptyset<=pi/2 \quad\quad 0<= \boldsymbol{\theta} <=2pi$

Vejamos a implementação.

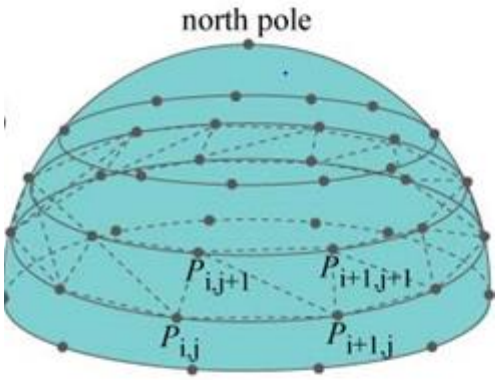
Ou seja a curva geratriz (e suas cópias ou meridianos) são amostrada por q pontos, gerando portanto, q paralelos.

E cada caminho circular (gerado por cada ponto da curva geratriz) é amostrado por p pontos, gerando, portanto, p meridianos.

Portanto, amostramos o hemisfério em uma malha de (p+1)(q+1) pontos Pij, 0<=i<=p, 0<=j<=q.

onde a longitude $\boldsymbol{\theta}$ de Pij é (i/p)*2PI e sua latitude Ø é (j/q)*PI/2 para 0<=i<=p, 0<=j<=q.

Na figura p=10 e q=4.



(b)

Para gerar a malha de pontos um par de paralelos (o paralelo j e o paralelo j+1) são considerados para unir suas amostras em uma faixa de triângulos (triângulo stripe).

Veja o trecho de código em OpenGL/C.

```
// Array of latitudinal triangle strips, each parallel to the equator, stacked one
   // above the other from the equator to the north pole.
   for(j = 0; j < q; j++)
   {
      // One latitudinal triangle strip.
      glBegin(GL_TRIANGLE_STRIP);
         for(i = 0; i <= p; i++)
                   {
            glVertex3f(R * cos( (float)(j+1)/q * PI/2.0) * cos( 2.0 * (float)i/p * PI ),
                       R * sin( (float)(j+1)/q * PI/2.0 ),
                       R * cos( (float)(j+1)/q * PI/2.0 ) * sin( 2.0 * (float)i/p * PI ) );
            glVertex3f( R * cos( (float)j/q * PI/2.0 ) * cos( 2.0 * (float)i/p * PI ),
                        R * sin( (float)j/q * PI/2.0 ),
                        R * cos( (float)j/q * PI/2.0 ) * sin( 2.0 * (float)i/p * PI ) );
                   }
      glEnd();
   }
```

2. CILINDRO

Curva Geratriz no plano XY

X(u)=a

Y(u)=u

Caminho circular

$X(v)=R'Cos(v)$

$Y(v)=R'Sen(v)$

$R'=a$

Superfície de Revolução

$S(u,v)=(aCos(v), u, aSen(v))$

3. **TORUS**

   Curva Geratriz no plano XY

$X(u)= r + Rcos(u)$

$Y(u)=RSen(u)$

4. **SUPERFÍCIE A PARTIR DE uma Curva Geratriz Exponencial**

$X(u)=u$

$Y(u)=e^{u}$

$S(u,v)=(uCos(v),e^{u},uSen(v))$

5. **SUPERFÍCIE A PARTIR DE uma Curva Geratriz Seno**

$X(u)=Sen^{2}(u)$

$Y(u)=u$

$S(u,v)=(Sen^{2}(u)Cos(v),u,Sen^{2}(u)Sen(v))$