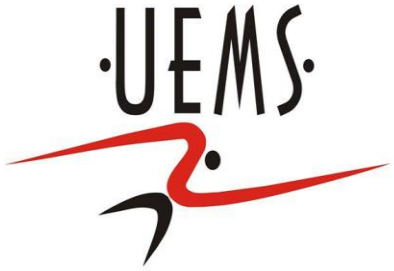


Computação Gráfica - Amostragem

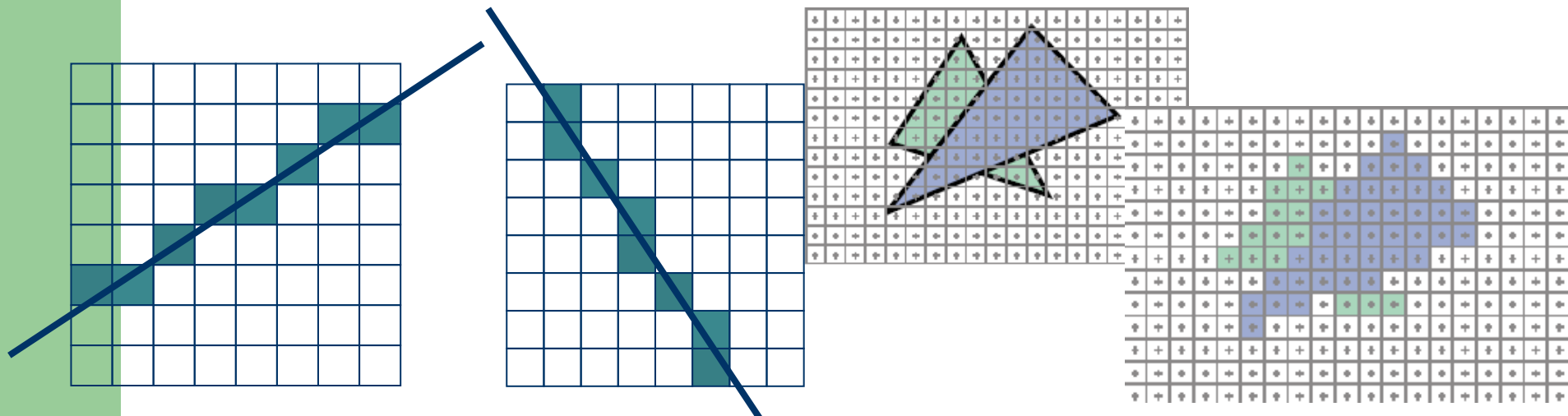
Profa. Mercedes Gonzales Márquez

Tópicos

- Conceito de Amostragem
- Amostragem ou Rasterização de Segmentos

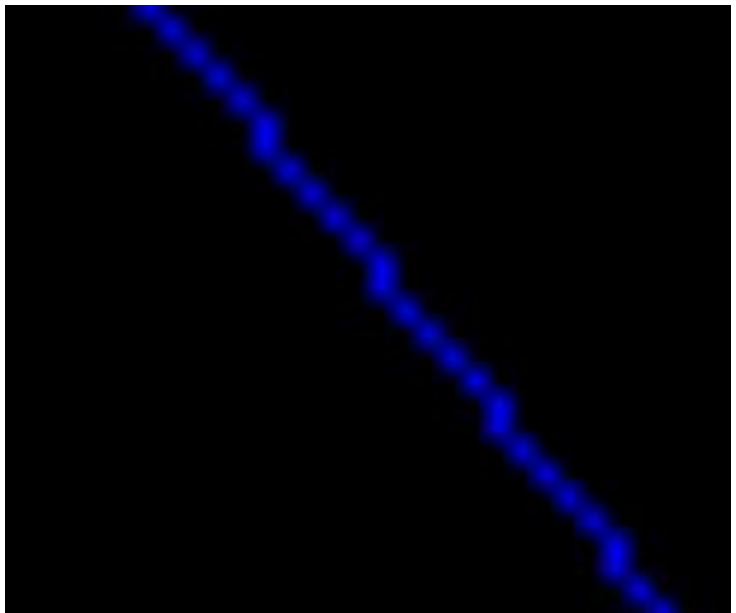
Amostragem - Problema

- As primitivas geométricas são contínuas e a tela é discreta (pixels).
- Solução: Transformar a imagem contínua ou vetorial de uma primitiva em um conjunto de amostras (i, j), onde i,j são inteiros.



Amostragem - Objetivo

- Transformar a projeção de uma cena 3D em um padrão de matriz de pixels dos dispositivos de saída com um número mínimo possível de artefatos visuais (*aliasing*).



Amostragem de Segmentos

- Entrada: Pontos extremos do segmento
- Saída: Conjunto de pixels (xi,yi)

- Algoritmos de Rasterização de Segmentos
  - Algoritmo DDA (*Digital Differential Analyzer* -Analisador do diferencial digital *)*
  - Algoritmo Bresenham

Rasterização de Segmentos

- Algoritmo DDA (Analisador do diferencial digital – *digital differential analyzer)*
- Temos (x_k, y_k) e queremos obter o subsequente (x_{k+1}, y_{k+1})
- O incremento da coordenada *x* é trivial, isto é

$$x_{k+1} = x_k + 1$$

- E o incremento da coordenada *y* é obtido usando a equação da inclinação da reta

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k}.$$

Rasterização de Segmentos

- Dai temos que

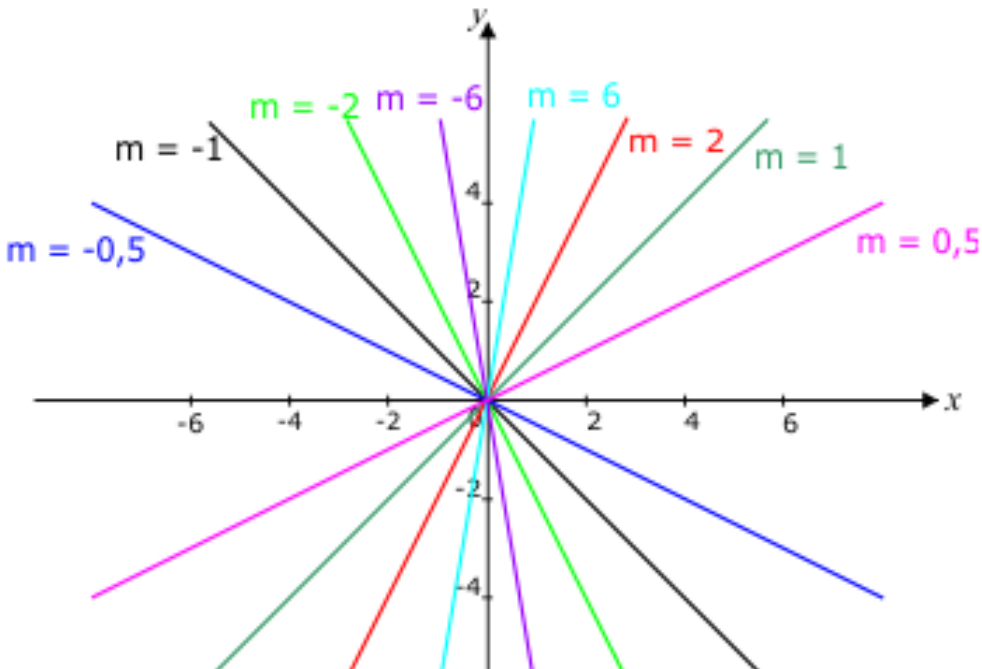
$$x_{k+1} = x_k + 1 \qquad e \qquad y_{k+1} = y_k + m$$

- Da mesma equação também podemos obter as seguintes relações:

$$y_{k+1} = y_k + 1 \qquad e \qquad x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m}$$

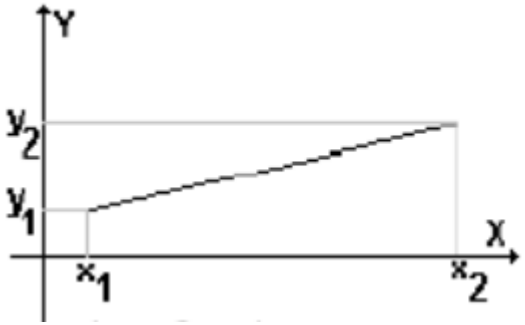
Rasterização de Segmentos

- Observe o comportamento das retas segundo sua inclinação m
  (a) |m|<1 (-1<m<1) (formam um ângulo < 45 com o eixo x)
  (b) |m|>1 (-1>m>1) (formam um ângulo > 45 com o eixo x)



Rasterização de Segmentos

CASO A) Para |m| ≤ 1, as coordenadas x crescem mais rapidamente que as coordenadas y.

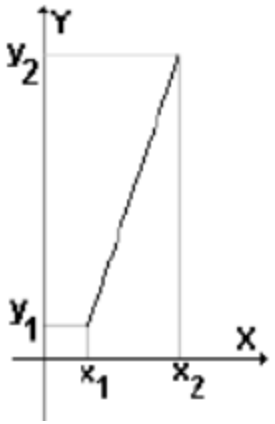


- Portanto, a amostragem é feita incrementando unitariamente na direção x.

$$x_{k+1} = x_k + 1$$
$$y_{k+1} = y_k + m \qquad (Form.1)$$

Rasterização de Segmentos

CASO B) Para |m| > 1, as coordenadas y crescem mais rapidamente que as coordenadas x.



- Então faz-se incremento unitário na direção y.

$$y_{k+1} = y_k + 1$$

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m} \qquad (Form.2)$$

Rasterização de Segmentos

- Para |m| <= 1, // DDA line rasterizer.

```
void DDA(int i1, int j1, int i2, int j2) // Assume i2 > i1.{
 float y = j1;
 float m = float(j2 - j1)/(i2 - i1); // Assume -1 <= m <= 1.
glBegin(GL_POINTS);
 for(int x = i1; x <= i2; x++) {
    glVertex2i(x, round(y));
    y += m;
}
glEnd();
}
```

Rasterização de Segmentos

EXERCÍCIO:

(a) Acrescente no programa DDA.cpp o trecho de código que considere os segmentos de reta com inclinação m>1 e m<-1 (|m|>1).

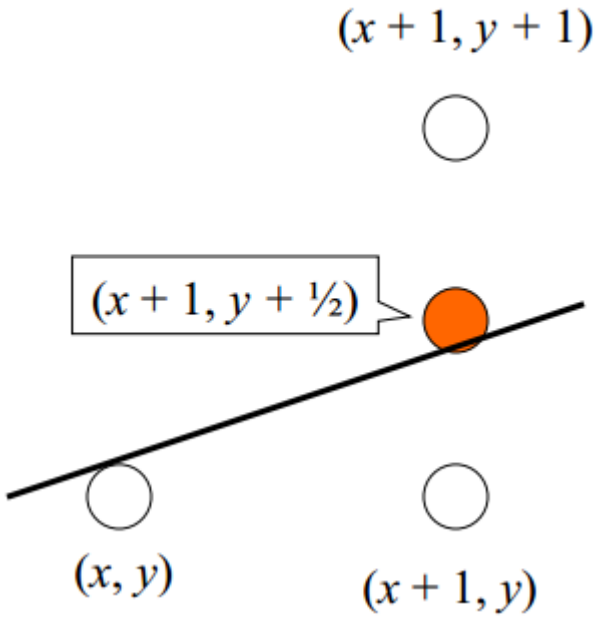
(b) O que acontece quando aplicamos a mesma formulação para todos os valores de m?

Aplique a form.1 para os casos quando |m|>1 e a form.2 para os casos quando |m|<1. Relate os resultados.

(c) Como o algoritmo trata as retas verticais e horizontais?

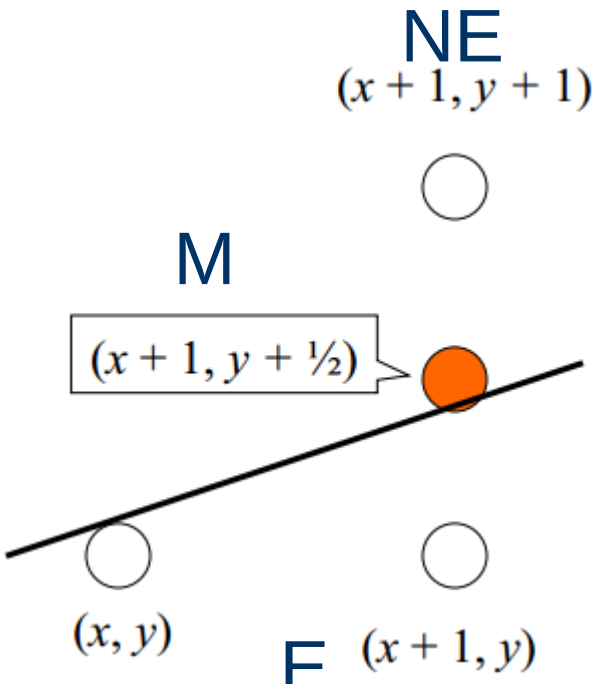
Rasterização de Segmentos

- Algoritmo Bresenham: Idéia básica:
- Temos (x, y) e queremos obter o subsequente, então o algoritmo decidirá entre (x + 1, y) e (x + 1, y + 1)
- Decisão requer que se avalie se a linha passa acima ou abaixo do ponto médio (x + 1, y + ½)



Rasterização de Segmentos

- Mais especificamente, considere um pixel (x,y) sobre uma reta com inclinação no primeiro octante (0<m<1)
- O próximo pixel será E (o da direita (x+1, y)) se a reta passar abaixo do ponto médio M ou será NE (o da direita acima (x+1, y+1)) se a reta passar acima do ponto médio.



Rasterização de Segmentos

- A equação da reta em termos de sua inclinação pode ser escrita como: $y = \frac{\Delta y}{\Delta x} x + B$
- Para determinar um método que calcule de que lado da reta o ponto M se encontra, consideramos sua função implícita, $F(x, y) = ax + by + c = 0$ resultando em $F(x, y) = \Delta y.x - \Delta x.y + \Delta x.B = 0$ onde $a = \Delta y, \quad b = -\Delta x \ e \ c = \Delta x.B$
- Com isso verificamos que se :

  - F(x,y) = 0, o ponto está sobre a linha
  - F(x,y) > 0, o ponto está abaixo da linha
  - F(x,y) < 0, o ponto está acima da linha

Rasterização de Segmentos

- Em particular para o ponto-médio M=(x+1,y+1/2), basta calcular F(M) = F(x + 1,y + 1/2)= a(x + 1) + b(y + 1/2) + c e verificar o seu sinal.
- Chamamos F(M)=d de **fator de decisão** para a escolha do próximo ponto E ou NE.

- Se F(M) > 0, escolhemos o pixel NE
- Se F(M) < 0, escolhemos o pixel E
- Se F(M) = 0 pode-se escolher qualquer um deles

Rasterização de Segmentos

- Calculamos o fator de decisão inicial d_{start} para o segmento de reta com pontos extremos (x1,y1) e (x2,y2).

$$d_{start} = F(x_1 + 1, y_1 + \frac{1}{2}) = a(x_1 + 1) + b(y_1 + \frac{1}{2}) + c$$

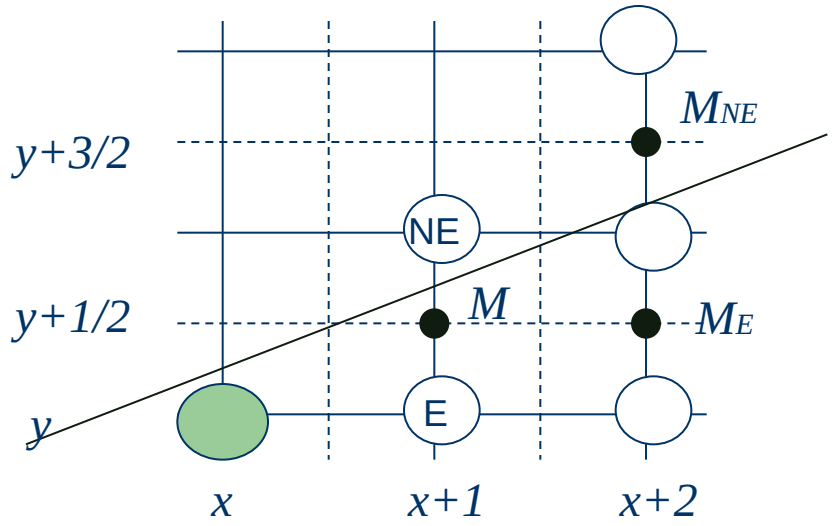
$$d_{start} = ax_1 + a + by_1 + b.\frac{1}{2} + c = \underbrace{ax_1 + by_1 + c}_{F(x1,\, y1)} + a + \frac{1}{2}b$$

$$d_{start} = a + \frac{1}{2}b$$

- Como F(x1, y1) está sobre a reta, temos que F(x1 , y1) = 0, daí o resultado acima.

Rasterização de Segmentos

- A determinação da próxima amostra dependerá da determinação do próximo fator de decisão d (d_{new}), o qual será determinado de forma recorrente em função do fator de decisão do passo anterior (d_{old}).



- d_{old}=F(M)
- Se F(M)<=0 então
  Escolhe-se E e determina-se dnew=F(M_E)
- Senão
  Escolhe-se NE e determina-se dnew=F(M_{NE})

Rasterização de Segmentos

- Calculo de dnew=F(M_E).

$$d_{new} = F\left(x+2, y+\frac{1}{2}\right) = a(x+2) + b\left(y+\frac{1}{2}\right) + c$$

$$d_{old} = a(x+1) + b\left(y+\frac{1}{2}\right) + c$$

Subtraindo d_{old} de d_{new} temos $d_{new} = d_{old} + a$. Isto é a diferencia incremental é difE=a.

- Calculo de dnew=F(M_{NE}).

$$d_{new} = F\left(x+2, y+1+\frac{1}{2}\right) = a(x+2) + b\left(y+\frac{3}{2}\right) + c$$

$$d_{old} = a(x+1) + b\left(y+\frac{1}{2}\right) + c$$

Subtraindo d_{old} de d_{new} temos $d_{new} = d_{old} + a+b$. Isto é a diferencia incremental é difNE=a+b.

Rasterização de Segmentos

- Podemos evitar a divisão por 2 multiplicando *a*, *b* e *c* por 2 (não altera a equação da reta).
- Então temos dstart= 2a+b, e difE=2a, difNE=2a+2b

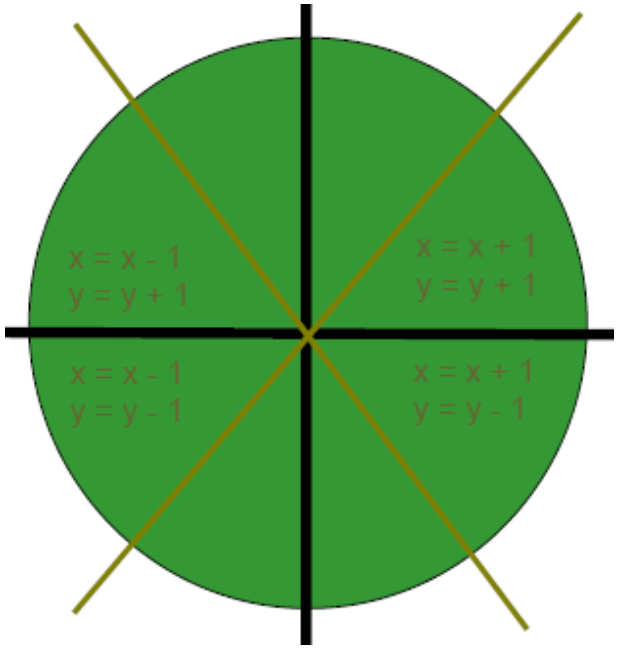
Rasterização de Segmentos

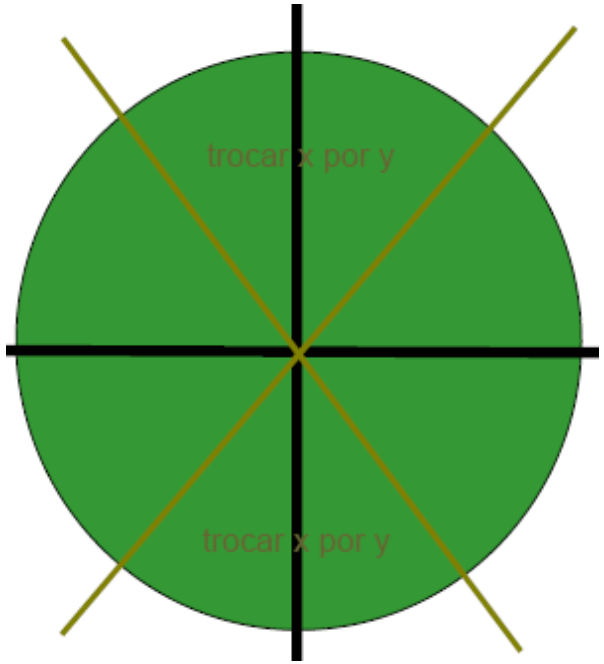
- Algoritmo

```
int x1,x2, y1,y2, dx, dy, incE, incNE, d, x,y;
int valor;
{
  dx=x2-x1;
  dy=y2-y1;
  d=2*dy-dx;   /* valor inicial para o fator de decisão */
  incE=2*dy;  /* Incr. que move para E */
  incNE=2*(dy-dx);  /* Incr. que move para NE */
  x=x1;  y=y1;
  write_Pixel (x,y,valor);  /* Pinta pixel inicial */
  while (x < x2) {
        if (d <= 0) {
              d=d+incE;   /* Escolhe E */
              x=x+1;
              }
          else {          /* Escolhe NE */
              d=d+incNE;
              x=x+1;  y=y+1;  /* pois é maior que 45° */
              }
        write_pixel (x,y,valor);
        } /* fim do while */
}
```

Rasterização de Segmentos

- Outros Octantes





Rasterização de Segmentos

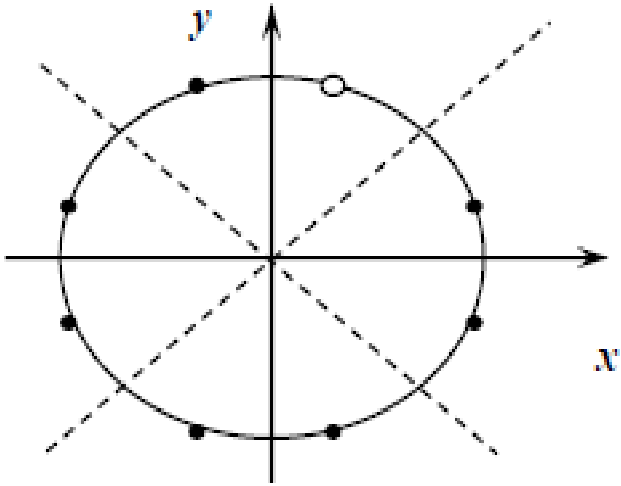
- Exercícios:

(1) Implemente o algoritmo

(2) Faça uma interface que considere a amostragem de um segmento cujos pontos são fornecidos de forma interativa. Considere a escolha de um dos dois algoritmos estudados.

Rasterização de Cônicas (circunferência)

- Algoritmo: Idéia básica:
- Tira-se proveito da simetria da circunferência: basta calcular um arco de circunferência de 45º para obter a circunferência toda.
- Assim como no caso das linhas, a estratégia é selecionar entre 2 pixels aquele que está mais próximo da circunferência, utilizando o sinal da função implícita no ponto intermediário entre os dois possíveis pixels (E ou SE).

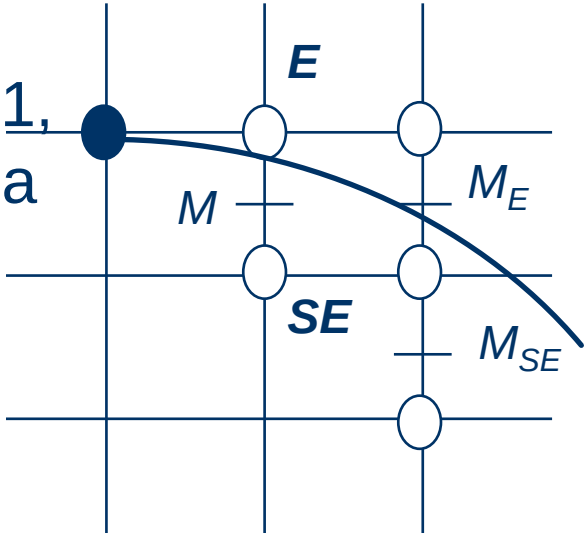


Rasterização de Cônicas (circunferência)

- Mais especificamente, considere apenas um arco de 45º da circunferência (o 2º octante) do pixel (0,R) até o $x=y= R/(2)^{1/2}$.

- O próximo pixel será E (o da direita (x+1, y)) se o ponto médio M estiver dentro da circunferência ou será SE (o da direita abaixo (x+1, y-1)) se M estiver fora da circunferência.
- Equação implícita da circunferência

$$F(x,y) = x^2+y^2-R^2$$



Rasterização de Cônicas (circunferência)

- Para o ponto-médio M=(x+1,y-1/2), basta calcular F(M) = F(x + 1,y - 1/2)= $(x+1)^2+(y-½)^2-R^2$ e verificar o seu sinal.
- Chamamos também F(M)=d de **fator de decisão** para a escolha do próximo ponto E ou SE.

- Se F(M) > 0, escolhemos o pixel SE
- Se F(M) < 0, escolhemos o pixel E
- Se F(M) = 0 pode-se escolher qualquer um deles

Rasterização de Cônicas (circunferência)

- Calculamos o fator de decisão inicial d_{start} para o próximo ponto médio (1,R-1/2) iniciando do ponto (0,R)

$$d_{start}=F(1,R-½) =5/4-R.$$

- $F(x,y)=x^2+y^2-R^2$ =1+(R-1/2)^2-R^2

= 1-R+1/4= 5/4-R

Rasterização de circunferência

$$d_{old} = F(x+1, y-1/2) = (x+1)^2 + (y-1/2)^2 - R^2$$

- Calculo de dnew=F(ME).

$$d_{new} = F(x+2, y-1/2) = d_{old} + (2x+3)$$

dnew-dold=2x+3 => dnew=dold+2x+3

- Calculo de dnew=F(MSE).

$$d_{new} = F(x+2, y-1/2-1) = d_{old} + (2x-2y+5)$$

Rasterização de circunferência

- Algoritmo

```
void pontomedio(int raio, int valor) {
  int x = 0;
  int y = raio;
  double d = 5/4 – raio;
  ponto_circulo (x, y, valor);
  while (y > x) {
    if (d < 0) /* escolhe E */
      d + = 2.0*x + 3.0;
    else {  /* escolhe SE */)
      d + = 2.0*(x – y) + 5;
      y - -;
    }
    x ++;
    ponto_circulo (x, y, valor);
  } /* while*/
} /*pontomedio*/
void ponto_circulo(int x, int y, int valor)
{
    writepixel(x, y, valor);
    writepixel(y, x, valor)
    writepixel(y, -x, valor)
    writepixel(x,-y , valor)
    writepixel(-x, -y, valor)
    writepixel(-y, -x, valor)
    writepixel(-y, x, valor)
    writepixel(-x, y, valor)
} /*ponto_circulo*/
```

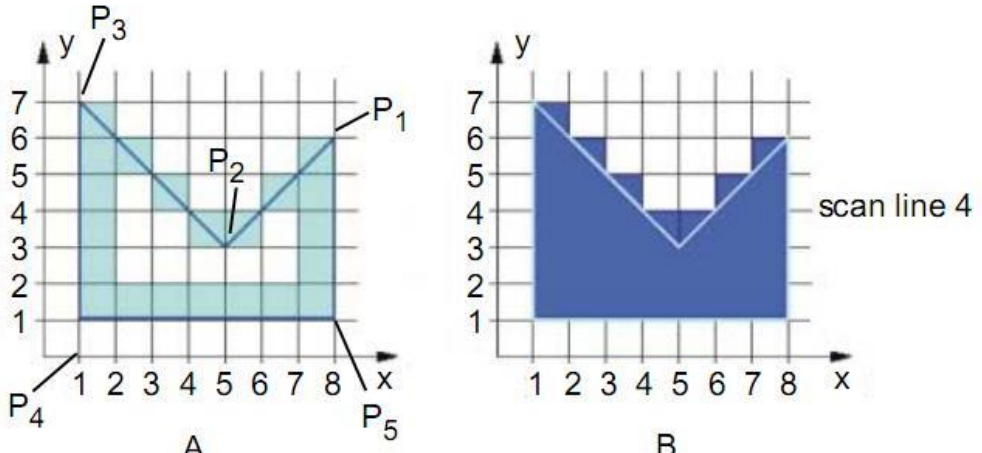
Rasterização de circunferência

- Exercícios:

(1) Acrescente o algoritmo de rasterização de circunferência na interface do trabalho anterior. Considere o centro na origem e o raio fornecido de forma interativa.

Rasterização de Polígonos

- O processo de determinar quais pixels serão desenhados no preenchimento é chamado conversão de varredura (scan conversion). A scan line 4 na figura abaixo, por exemplo, pode ser dividida nas regiões x < 1 (fora do polígono), 1 <= x <= 4 (dentro do polígono), 4<x<6 (fora do polígono), 6 <= x 8 (dentro do polígono) e x > 8 (fora do polígono).

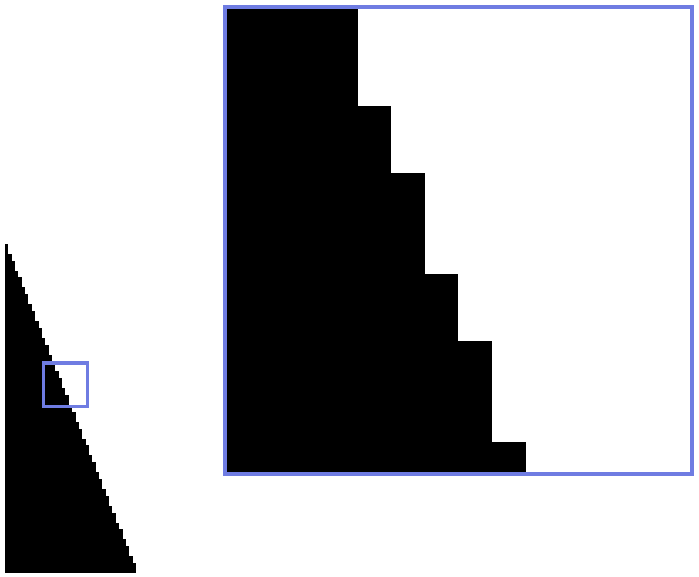


Rasterização de Polígonos

- Detalhes sobre o algoritmo de conversão de linhas ou varredura por linha (scan line) pode ser encontrado no livro no formato eletrônico Síntese de Imagens: Uma Introdução ao Mundo de Desenho e Pintura dos Sistemas Digitais pag.218.

Rasterização de Polígonos

- Um dos problemas encontrados nos processos de rasterização apresentados é a presença de bordas serrilhadas, *jagged ou stair step pattern* em inglês, nas imagens como mostrado na figura abaixo.



Rasterização de Polígonos

- Como podemos atenuar tais artefatos para gera imagens visualmente mais agradáveis? A idéia se baseia em uma observação simples: quando estivermos muito afastados da tela de exibição, não distinguimos as bordas serrilhadas. Isso decorre da nossa limitada acuidade visual. O que percebemos de fato é o resultado da combinação de cores de vários pixels em torno do pixel da borda quando a imagem estiver muito distante.
- Portanto, uma solução seria emular esta “combinação”, atenuando as fortes transições de luminâncias nas bordas, com uso de mais de uma amostra por pixel.

Rasterização de Polígonos

Efeito Anti Aliasing